

36 POMIAR LEPKOŚCI CIECZY

I. ZAGADNIENIA TEORETYCZNE

- Ruch jednostajny, pierwsza zasada dynamiki Newtona, prawo Bernoulliego;
- wzór Poiseuille'a, bezwzględny i względny współczynnik lepkości;
- prawo Stokesa;
- poprawka uwzględniająca wpływ ścianek cylindra na ruch kulki.

II. POMIARY

Zadanie 1. Wyznaczanie lepkości metodą Poiseuille'a

1. Napełnić naczynie zakończone kapilarą **wodą destylowaną**. Należy napełnić kapilarę tak, aby jej poziom cieczy sięgał wyżej niż górna kreska zaznaczona na ścianie bocznej.
2. Zmierzyć stoperem czas opadania poziomu wody między kreską górną i dolną. Pomiar wykonać 5-krotnie. Po wykonaniu pomiaru wodę należy na powrót wlać do cylindra.
3. Analogicznie wyznaczyć czas wypływu dla innych cieczy (**aceton, propanol**). Pomiary również wykonać 5-krotnie.

Zadanie 2. Wyznaczenie lepkości metodą Stokesa

1. Zmierzyć średnice wszystkich trzech używanych w ćwiczeniu kulek aluminiowych za pomocą śruby mikrometrycznej (pomiar wykonać 3-krotnie dla każdej kulki).
2. Za pomocą suwmiarki zmierzyć średnicę wewnętrzną oraz zewnętrzną cylindra.
3. Miarką milimetrową zmierzyć wysokość cylindra.
4. Ustawić kamerę na statywie w połowie wysokości cylindra i w takiej odległości od niego, by na ekranie cylinder zajmował całą obszar rejestrowanego filmu.
5. Zarejestrować po 5 filmów, na których każda z kul opada w cieczy. Kule trzymane w szczypcach należy całkowicie zanurzyć w wodzie, a następnie upuścić kule. Podczas opadania tor ruchu kul nie powinien znacząco odbiegać od prostoliniowego, w szczególności kule nie powinny zderzać się z cylindrem.
6. Dla każdego badanie należy nagrać pojedynczy film tzn. należy niezwłocznie rozpoczynać i kończyć nagrywanie dla każdej z kul dbając, by rejestrowane filmy były jak najkrótsze.
7. Filmy przenieść na dysk komputera pozostawiając pamięć kamery pustą. Filmy na komputerze odtworzyć i wybrać spośród nich do dalszej analizy po trzy dla każdej kulki.

Kulki należy wrzucać, gdy sitko znajduje się na dnie cylindra!

3. OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

Zadanie 1. Wyznaczanie lepkości metodą Poiseuille'a

1. Wyznaczyć względny współczynnik lepkości cieczy $\eta_{\text{cieczy}}/\eta_{\text{wody}}$ dla acetonu i propanolu. Obliczenia można wykonać wykorzystując jedną z podanych metod:
 - a) wyznaczyć lepkości względne dla każdego pomiaru i następnie oszacować wartość średnią dla każdej cieczy;

b) wyznaczyć średnie wartości czasów opadania poziomu cieczy i te wartości wstawić do wzoru na lepkość względną.

2. Rachunek niepewności obliczonej wartości względnego współczynnika lepkości cieczy opieramy na:

a) wyznaczeniu złożonej niepewności standardowej (wzór (17) ONP)

b) prawie przenoszenia niepewności maksymalnej (wzór (18) ONP).

Metodę wyznaczenia niepewności dobieramy do wybranej metody obliczenia lepkości względnej każdej cieczy (1a → 2a, 1b → 2b).

gęstość acetonu: 0,792 g/cm³ (20 °C); 0,785 g/cm³ (25 °C)

gęstość propanolu: 0,785 g/cm³ (20 °C); 0,781 g/cm³ (25 °C)

Zadanie 2. Wyznaczenie lepkości metodą Stokesa

1. Na podstawie analizy filmów wideo w programie *Tracker* wyznaczyć wartość prędkości granicznej opadania każdej z kul. W tym celu należy sporządzić wykres zależności położenia kul od czasu, dopasować do punktów pomiarowych prostą najlepszego dopasowania i odczytać w programie jej współczynnik kierunkowy wraz z niepewnością – procedurę pomiarową opisano w części V instrukcji.

2. Na podstawie wyników pomiarów dla każdej z kulek obliczyć współczynnik lepkości wody η (w Pa·s). W obliczeniach należy zastosować poprawkę uwzględniającą wpływ ścianek cylindra na ruch kulek.

2. Z otrzymanych 9 wartości lepkości obliczyć wartość średnią lepkości wody η_{sr} . Wynik przedstawić w Pa·s.

3. Obliczyć złożoną niepewność standardową $u(\eta)$ współczynnika lepkości (wzór (17) w Instrukcji ONP).

4. Przeprowadzić dyskusję otrzymanych wyników. Ocenić celowość wprowadzenia poprawki uwzględniającej rozmiary cylindra. Porównać otrzymane wartości z danymi tablicowymi.

gęstość wody: 1,0 g/cm³

gęstość aluminium: 2,7 g/cm³

IV. LITERATURA

H. Szydłowski - "Pracownia fizyczna"

Sz. Szczeniowski - "Fizyka doświadczalna", Tom I

OpenStax - Samuel J. Ling, Jeff Sanny, William Moeb - Fizyka dla szkół wyższych, Tom I

https://assets.openstax.org/oscms-prodcms/media/documents/Fizyka-dla-szko%C5%82-wy%C5%9Bzych-Tom-1_4.15.pdf

V. DODATEK

A. Tracker

Oprogramowanie *Tracker* do analizy ruchu w oparciu o cyfrowe filmy wideo pochodzi ze strony <https://physlets.org/tracker/> i jest zainstalowane na komputerze w pracowni. W programie, w zakładce Pomoc, znaleźć można informacje oraz nagrania przedstawiające podstawowe funkcjonalności programu w języku angielskim. Poniżej znajdują się informacje o sposobie wykorzystania oprogramowania do wyznaczenia wartości granicznej prędkości kuli opadającej w cylindrze wypełnionym wodą.

1. Wgrywanie filmu do analizy

W górnym pasku poleceń wybierz **Film**, a następnie **Importuj....** W oknie *Otwórz* wskaż lokalizację pliku przedstawiającego ruch opadającej kuli, który zamierzasz analizować i potwierdź wybór naciskając przycisk *Open*. Ponieważ film nagrywany jest kamerą ustawioną w pozycji pionowej na filmie otwartym w programie ruch odbywa się w poziomie.

2. Poszukiwanie pierwszej klatki do analizy

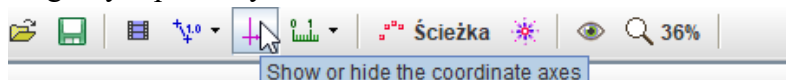
Po załadowaniu pliku wideo na dole okna widoczny jest pasek odtwarzania.



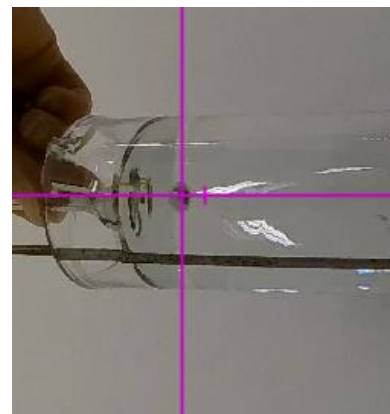
Przesuń film do pierwszej klatki, na której rozpoczyna się opadanie kulki. Numer tej klatki jest wyświetlany po lewej stronie paska. Dalsze czynności wykonuj podczas, gdy wyświetlana jest ta pierwsza klatka do analizy.

3. Określanie układu odniesienia

W górnym pasku symboli

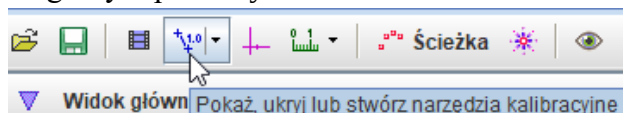


naciśnij ikonę układu współrzędnych (piąta od lewej). Na ekranie pojawi się układ współrzędnych (w kolorze fioletowym). Najedź myszą na miejsce przecięcia się osi współrzędnych tego układu (wówczas znacznik kursora zmieni kształt ze strzałki na rączkę), naciśnij klawisz myszy i rzymając go przesun układ współrzędnych tak, aby jego początek znalazł się na środku kulki.



4. Kalibrowanie filmu

W górnym pasku symboli



naciśnij ikonę narzędzi kalibracji (czwarta od lewej) i wybierz polecenie **Nowa ►Prosta kalibracja**. W wyniku tej operacji na środku filmu wyświetlony zostanie niebieski odcinek kalibracyjny, nad którym widoczna jest jego długość wyrażona w metrach. Za pomocą myszy należy najechać kursorem na każdy z końców tego odcinka (wówczas znacznik kursora zmieni kształt ze strzałki na rączkę), nacisnąć kursor myszy i przytrzymując go przesunąć

końce tego odcinka, w taki sposób, by wskazywały wysokość cylindra (od krawędzi górnej do górnej krawędzi opaski metalowej tuż przy dnie). Następnie należy postawić kursor w miejsce cyfr i wpisać rzeczywiste rozmiary wysokości cylindra.

5. Wybór klatek pomiarowych

Pomiary położenia należy dokonywać na co drugiej klatce filmu. W tym celu należy w górnym pasku symboli



nacisnąć ikonę ustawienia klipu (trzecią od lewej). Na ekranie wyświetli się okno *Ustawienia filmu*, w którym w wierszu *Wielkość kroku* należy wpisać 2.

6. Określanie ścieżki

W górnym pasku poleceń wybierz **Ścieżka**, a następnie **Nowa ►Masa punktowa**. Poprawne zdefiniowanie ścieżki sprawia, że z prawej strony okna programu pojawiają się dwa wykresy, na których prezentowane będą zależności składowych położenia kuli (x , y) od czasu (t). Pod nimi widoczna jest tabela pomiarowa.

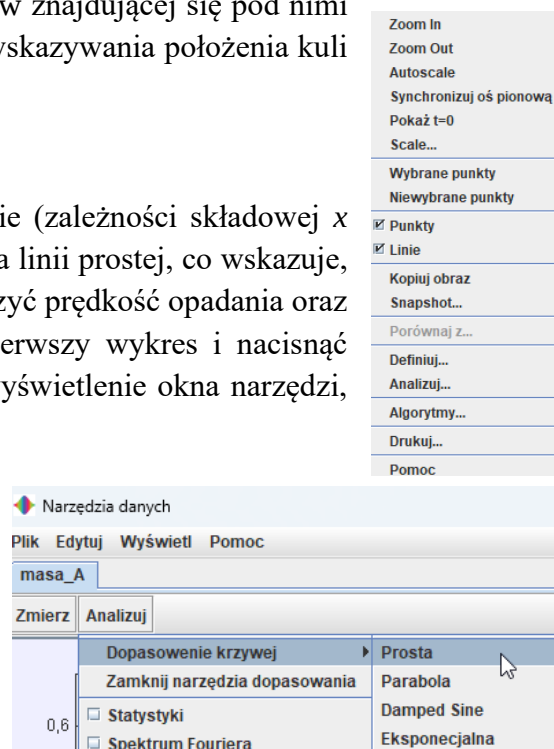
7. Śledzenie ruchu kuli

Informacje o położeniu kuli podczas jej opadania zbiera się wskazując za pomocą myszy jej lokalizację na klatce filmu. W tym celu należy przycisnąć na klawiaturze komputera przycisk *Shift*, co spowoduje zmianę kształtu kursora do postaci celownika o kształcie kwadratu. Trzymając *Shift* wciśnięty należy celownikiem najechać na kulę i nacisnąć przycisk myszy, co spowoduje zapisanie współrzędnych położenia kuli i przeniesienie na kolejną pomiarową klatkę filmu. Fakt zapisania współrzędnych potwierdzany jest zapisami na wykresach po prawej (pojawiają się na nich nowe punkty) oraz w znajdującej się pod nimi tabeli (pojawiają się w niej wartości). Czynność wskazywania położenia kuli należy powtarzać, aż opadnie ona na dno.

8. Wyznaczanie prędkości granicznej

Punkty pomiarowe widoczne na górnym wykresie (zależności składowej x położenia kuli od czasu opadania t) układają się na linii prostej, co wskazuje, że kula opada ruchem jednostajnym. Aby wyznaczyć prędkość opadania oraz jej niepewność należy najechać kursorem na pierwszy wykres i nacisnąć prawy klawisz myszy. Czynność ta spowoduje wyświetlenie okna narzędzi, w którym należy wybrać polecenie **Analizuj....**

Wybranie polecenia powoduje wyświetlenie na ekranie okna *Narzędzia danych*, na którym widoczny jest analizowany wykres w powiększeniu oraz dostępne są zakładki *Zmierz* i *Analizuj*. Należy wybrać zakładkę *Analizuj* i polecenia **Dopasowanie krzywej ►Prosta**.



Oprogramowanie dokonuje automatycznej analizy danych i wyświetla współczynniki prostej najlepszego dopasowania do danych pomiarowych wraz z ich niepewnościami. Ich wartości widoczne są w kolumnie o nazwie wartości wyświetlanej w środkowej części okna. Wartość współczynnika kierunkowego odpowiada prędkości granicznej.

B. Metoda Stokesa

W metodzie tej siłę oporu (tzw. siłę oporu lepkiego) działającą na poruszającą się kulę i będącą konsekwencją lepkości cieczy określa się zależnością:

$$F = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \quad (1)$$

gdzie:

F – siła oporu lepkiego; η – współczynnik lepkości dynamicznej cieczy; r – promień kulki;
 v – prędkość kulki.

Podczas opadania w cieczy na kulę o objętości V_k działają trzy siły:

1. oporu lepkiego, działająca pionowo w górę – (1)
2. ciężar, działająca pionowo w dół:

$$G = m \cdot g = V_k \cdot d_k \cdot g = 4/3 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot d_k \cdot g \quad (2)$$

3. wyporu, skierowana pionowo w górę:

$$F_W = V_k \cdot d_c \cdot g = 4/3 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot d_c \cdot g \quad (3)$$

gdzie:

m – masa kuli; d_k – gęstość kuli; d_c – gęstość cieczy; V_k – objętość kulki; g – przyspieszenie ziemskie.

Z chwilą osiągnięcia przez kulę prędkości granicznej tj. prędkości w ruchu jednostajnym wypadkowa sił działających na kulę ma wartość zero. Stąd lepkość cieczy można wyznaczyć korzystając z równości:

$$\eta = \frac{2 \cdot r^2 \cdot (d_k - d_c) \cdot g}{9 \cdot v} \quad (4)$$

Jeśli uwzględnimy fakt, że kula porusza się w rurze o promieniu R wypełnionej cieczą pojawia się dodatkowy opór, którego źródłem jest tarcie pomiędzy warstwami cieczy porywanymi przez kulę i nieruchomą warstwą cieczy w pobliżu ścianki rury. Efekt wprowadza poprawkę do wzoru (1), który przyjmuje postać:

$$F = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \cdot (1 - r/R)^n \quad (5)$$

W konsekwencji równość (4) przyjmuje postać:

$$\eta = \frac{2 \cdot r^2 \cdot (d_k - d_c) \cdot g}{9 \cdot v} (1 - r/R)^n \quad (6)$$

gdzie:

n – jest parametrem charakteryzującym układ pomiarowy i w ćwiczeniu przyjmuje wartość 12.