

SYLABUS PRZEDMIOTU

1.	Nazwa przedmiotu w języku polskim Algebry i grupy Liego
2.	Dyscyplina: nauki fizyczne
3.	Język wykładowy: angielski
4.	Jednostka prowadząca przedmiot: Wydział Fizyki i Astronomii
5.	Rodzaj przedmiotu (obowiązkowy lub do wyboru): do wyboru
6.	Kierunek studiów: fizyka
7.	Poziom studiów (I stopień lub II stopień): II
8.	Rok studiów: 1 lub 2
9.	Semestr (zimowy lub letni): zimowy
10.	Forma zajęć i liczba godzin: wykład – 30
11.	Wymagania wstępne w zakresie wiedzy, umiejętności i kompetencji społecznych dla przedmiotu: Wymagana jest podstawowa wiedza z algebry liniowej (przestrzeń wektorowa, operatory liniowe, wartości własne i wektory własne). Kurs koncentruje się głównie na aspektach matematycznych. Przedstawimy jednak również różne zastosowania w fizyce, głównie z zakresu mechaniki kwantowej i kwantowej teoria pola. Chociaż wcześniejsza znajomość ww. zakresu materiału nie jest bezwzględnie konieczna, może pomóc w lepszym zrozumieniu fundamentalnej roli, jaką algebry i grupy Lie odgrywają w fizyce. Wszystkie algorytmy, które omawiamy na wykładach, można zaimplementować za pomocą długopisu i papieru, jednak dość szybko stają się uciążliwe i lepiej rozwiązywać je z pomocą programów algebry komputerowej. W związku z tym przydatna będzie znajomość programów typu Mathematica.
12.	Cele kształcenia dla przedmiotu: Algebry Liego opisują infinitezymalne symetrie układów fizycznych. Dlatego też, wraz z ich teorią reprezentacji, są one szeroko stosowane w fizyce, zwłaszcza w mechanice kwantowej i fizyce cząstek elementarnych. Kurs ten wprowadza w półproste algebry Liego, ich teorię reprezentacji i odpowiadające im grupy Liego. Jako główne zastosowanie, omawiamy Wielkie Teorie Unifikacji (GUT), ponadto pokazujemy, jak nowoczesne narzędzia algebry komputerowej, takie jak LieART, mogą znacząco wesprzeć obliczenia wykonywane w trakcie kursu.
13.	Treści programowe: • klasyczne grupy macierzy • podalgebra Cartana, układ pierwiastkowy, pierwiastki proste i macierz Cartana • klasyfikacja wszystkich prostych algebr Liego i odpowiadające im diagramy Dynkina • nieredukowalne reprezentacje prostych algebr Liego ○ tabele Younga dla $su(N)$ ○ system wag i reprezentacje o największej wadze

	• rozkład iloczynów tensorowych • podalgebry i reguły rozgałęzień • reprezentacje w modelu standardowym • teoria wielkiej unifikacji Georgija-Glashowa SU(5)	
14.	Zakładane efekty uczenia się: • Zrozumienie, w jaki sposób teoria grup organizuje cząstki i oddziaływania w modelu standardowym. Ponadto zrozumienie centralnego procesu łamania symetrii, na przykład przez mechanizm Higgsa. • Konstrukcja reprezentacji prostych algebr Liego, co jest kluczowe dla pracy z symetriami w fizyce. Zrozumienie różnicy między algebrą Liego jako abstrakcyjnym obiektem matematycznym a jej reprezentacją, którą można zastosować w układach fizycznych. • Wykorzystanie pakietu Mathematica LieART do pomocy w obliczeniach. • Świadomość otwartych problemów i aktualnych kierunków badań. • Studenci są przygotowywani do analizowania ciągłych symetrii w układach fizycznych poprzez zastosowanie narzędzi matematycznych algebr Liego i grup Liego - oba są kluczowe dla współczesnych badań w fizyce. • Chociaż zastosowanie rozważań symetrii jest bardzo silnym narzędziem w fizyce, ma ono swoje ograniczenia. Studenci są ich świadomi.	Symbole odpowiednich kierunkowych efektów uczenia się: F2_W01 F2_W02 F2_W03 F2_W05 F2_U02, F2_U03 F2_K01
15.	Literatura obowiązkowa: Zapewnione zostaną notatki z wykładów dla studentów. Literatura zalecana: • Georgi: Lie Algebras In Particle Physics: from Isospin To Unified Theories • Fulton and Harris: Representation Theory • Gilmore: Lie Groups, Lie Algebras, and Some of Their Applications • Fuchs and Schweigert: Symmetries, Lie Algebras and Representations	
16.	Metody weryfikacji zakładanych efektów uczenia się: - egzamin pisemny	
17.	Warunki i forma zaliczenia poszczególnych komponentów przedmiotu: - ciągła kontrola obecności i postępów w zakresie tematyki zajęć - egzamin (pisemny)	
18.	Nakład pracy studenta	
	Forma realizacji zajęć przez studenta	Liczba godzin przeznaczona na zrealizowanie danego rodzaju zajęć
	zajęcia (wg planu studiów) z prowadzącym: - wykład:	30
	praca własna studenta (w tym udział w pracach grupowych): - przygotowanie do zajęć: - czytanie wskazanej literatury: - przygotowanie do sprawdzianów i	30 5

	egzaminu:	15
	Łączna liczba godzin	80
	Liczba punktów ECTS	3

COURSE SYLLABUS

1.	Course: Lie Algebras and Lie Groups
2.	Scientific discipline: physical sciences
3.	Teaching language: English
4.	University department: Faculty of Physics and Astronomy
5.	Course/module type – mandatory (compulsory) or elective (optional): elective
6.	University subject (programme/major): physics
7.	Study level (I or II): II
8.	Year: 1 or 2
9.	Semester (autumn/spring) autumn
10.	Form of tuition and number of hours: lectures – 30
11.	Initial requirements (knowledge, skills, social competences) regarding the course/module: Basic knowledge in linear algebra (vector spaces, linear operators, eigenvalues and eigenvectors) is required. The course mainly focuses on mathematical aspects. However, we will also present various applications in physics, mostly from quantum mechanics and quantum field theory. While previous exposure to these topics is not strictly necessary, it might help to get a better understanding of the fundamental role Lie algebras and Lie group play in physics. All algorithms we explore in the lectures can be implemented with pen and paper. However, they become cumbersome quite quickly and it is better to delegate them to a computer algebra system. To follow this aspect, basic knowledge in computer algebra systems like Mathematica is an advantage.
12.	Learning objectives for the subject: Lie algebras describe infinitesimal symmetries of physical systems. Therefore, together with their representation theory, they are extensively used in physics, most notably in quantum mechanics and particle physics. This course introduces semi-simple Lie algebras, their representation theory and the corresponding groups for physicists. As a major application, we discuss Grand Unified Theories (GUT). Moreover, we show how modern computer algebra tools like LieART can significantly help in all required computations throughout the course.
13.	Course content: • classical matrix groups • Cartan subalgebra, root system, simple roots and Cartan matrix • classification of all simple Lie algebra and the corresponding Dynkin diagrams • irreducible representations of simple Lie algebras ◦ Young tableaux for $su(N)$ ◦ weight system and highest weight representations • decomposition of tensor products

	• subalgebras and branching rules • representation content of the standard model • Georgi-Glashow SU(5) grand unified theory	
14.	Learning outcomes: • Understanding how group theory organizes particles and interactions in the standard model. Moreover, the central process of symmetry breaking, for example by the Higgs mechanism, is understood. • Construction of representations of simple Lie algebras, which is crucial to work with symmetries in physics. Understanding the difference between the Lie algebra as an abstract mathematical object and its representation that can be observed in physical systems. • Use of the Mathematica package LieART to help with explicit computations. • Awareness of open problems and the current focus of research. • Students are prepared to analyse continuous symmetries in physical systems by applying the mathematical tools of Lie algebras and Lie groups – both of them are crucial to contemporary research in physics. • While applying symmetry considerations is a very powerful tool in physics, it has its limitations. Students are aware of those.	Learning outcomes for the course: F2_W01 F2_W02 F2_W03 F2_W05 F2_U02, F2_U03 F2_K01
15.	Obligatory literature: lecture notes for the students will be provided Recommended literature: • Georgi: Lie Algebras In Particle Physics: from Isospin To Unified Theories • Fulton and Harris: Representation Theory • Gilmore: Lie Groups, Lie Algebras, and Some of Their Applications • Fuchs and Schweigert: Symmetries, Lie Algebras and Representations	
16.	Methods for verifying the assumed learning outcomes: - written exam	
17.	Conditions and form of passing individual components of the subject: - constant monitoring of attendance and progress in the scope of classes - exam (written)	
18.	Student's workload	
	The form of carrying out classes by the student (leave appropriate)	Number of hours allocated to carry out a given type of classes
	classes (according to the study plan) with the instructor:	
	- lecture:	30
	student's own work (including participation in group work):	
	- preparation for classes:	30
	- reading the indicated literature:	5
	- preparation for tests and exams:	15
	Total number of hours	80

	Number of ECTS	3
--	----------------	---